doi:10.11959/j.issn.1000-436x.2017031

多中继去噪重传物理层网络编码自适应分集策略

高锐锋[1]，吉晓东[1,2]，包志华[1,2]，张士兵[1]，徐晨[1,2]
（1. 南通大学电子信息学院，江苏 南通 226019；2. 南通先进通信技术研究院，江苏 南通 226019）

摘　要：研究了频率非选择性瑞利衰落信道中的物理层网络编码系统容量问题。理论推导了基于解噪重传协议的系统容量，根据容量解析式给出了系统和容量最大化的 2 个条件表达式，提出了一种最大化系统和容量的自适应分集策略。在瑞利衰落信道环境下，通过理论分析给出所有中继链路特性均属于同一情况下的中断概率闭合解析式，同时也理论推导了一般放大重传和直接传输系统中断概率解析式。在此基础上，完成了数值仿真实验，结果表明所提策略的中断性能与非自适应系统、一般放大重传和直接传输系统相比有较大优势。
关键词：物理层网络编码；自适应分集；中继选择；中断概率
中图分类号：TN925　　**文献标识码**：A

Denoise-and-forward based adaptive diversity scheme for physical-layer network coding with multiple relay node

GAO Rui-feng[1,2], JI Xiao-dong[1,2], BAO Zhi-hua[1,2], ZHANG Shi-bing [1], XU Chen[1,2]
(1. School of Electronics and Information, Nantong University, Nantong 226019, China;
2. Nantong Research Institute for Advanced Communication Technologies, Nantong 226019, China)

Abstract: The capacity issue of a denoise-and-forward(DNF) protocol was focused on based PNC system of frequency non-selective Rayleigh fading channel. First, the total sum-rate of the system was derived. With the derived sum-rate expression, two policies maximizing the system sum-rate are proposed. On this basis, a novel adaptive diversity scheme was proposed. Closed-form expressions of the system outage probability with the new proposed scheme as well as the amplify-and-forward (AF) based PNC system and the conventional direct transmission were derived over frequency-nonselective Rayleigh fading channels. Simulation experiments are conducted and the results show that the outage performance of the system can be improved significantly compared to the AF based PNC system and the conventional direct transmission scheme.
Key words: physical-layer network coding, adaptive diversity, relay selection, outage probability

1 引言

网络编码(NC, network coding)区别于传统的通信网络数据传输方式，它对节点从多条链路上接收到的信息进行线性或非线性处理，再转发给下游节点[1]。文献[1]研究发现 NC 可以使多播流达到最大流最小割的多播速率。借鉴 NC 技术思想，Zhang 等[2]提出了可应用于物理层的 NC 技术，即物理层网络编码(PNC, physical-layer network coding)。文献[2]指出，在具有理想的幅度和相位补偿机制下，PNC 能大大提高系统容量。文献[3]应用放大重传(AF, amplify-and-forward)协议，研究网络的吞吐量，并与解码重传(DF, decode-and-forward)协议进行了比较。文献[4]提出一种解噪重传(DNF, denoise-

收稿日期：2016-05-11；**修回日期**：2016-11-28
通信作者：包志华，bao.zh@ntu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金资助项目（No.61371111, No.61371112, No.61401238）；江苏省自然科学基金资助项目（No.BK20140433）；江苏省研究生创新课题基金资助项目（No.KYZZ16-0353）
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61371111, No.61371112, No.61401238), The Natural Science Foundation of Jiangsu Province (No.BK20140433), The Postgraduate Innovation Program of Scientific Research of Jiangsu Province (No.KYZZ16-0353)

and-forward)的中继处理协议，其核心思想是对源节点发送的和信号进行联合处理，直接映射为 NC 运算信号。文献[5]考虑源节点之间具有不等的待传数据量，设计一种基于 DNF 协议的双向中继传输方案。文献[6]将 PNC 的思想应用于传感器网络，提出一种基于三时隙网络编码及选择性解码转发协议的双向中继技术，研究结果表明，与文献[2]中的 PNC 机制相比，所提协议在分集增益、编码复杂度上具有一定的优势，并且易于实现。上述研究均假设固定中继、接收机具有理想的相位估计及幅度预均衡能力。在实际无线系统中，由于无线信道存在衰落以及多径效应，虽然严格的相位同步可以通过增加开销进行信道估计来实现，但严格的幅度预均衡需要的平均发射功率将趋于无穷，这显然难以实现。然而，PNC 技术又十分依赖严格的幅度和相位补偿机制，将其推广到一般的衰落信道将变得困难重重。文献[7]将 PNC 应用在非相干频移键控系统中，从而避开了同步问题。文献[8]将 Ding 等[9]提出的最大最小信噪比准则推广到具有不对称信息的 AF 系统，通过中继节点的选择获得分集增益，以抵抗无线衰落的影响。文献[10]针对 Nakagami 信道提出一种基于三时隙 DF 协议的最小化较差用户误码率的协作中继选择策略，并给出了系统中断概率和平均误码率解析式。文献[11]从部分信道信息出发，研究了 AF 协议下的分布式双向中继选择算法，并给出了实现分布式选择的转发阈值。文献[12]针对多天线 AF 协议，利用空分复用，提出了 2 种中继选择准则，以最大化有效的源节点端到端信噪比。文献[13]针对 AF 协议研究高能效的传输技术，提出一种可以显著降低系统发射功率的中继选择和功率分配的联合实现方案。文献[14]将双向中继传输推广到认知无线网络，研究主次用户存在干扰情况下的双向中继传输、中继选择和中继位置部署问题。如上所述，近年来，针对 AF 和 DF 协议的双向中继选择（或分集）技术，学术界已有了不少研究成果。然而，针对 DNF 协议的相关研究工作还很少。

本文的主要贡献在于，理论推导了基于 DNF 协议的 PNC 系统容量，根据系统容量解析式给出系统和容量最大化的 2 个条件表达式，提出一种在多中继节点情况下，最大化系统和容量的自适应分集策略，通过中继节点的选择获得分集增益，以抵抗信道衰落的影响，并在瑞利衰落环境下分析相应的中断性能。

2 DNF 协议及其和容量

图 1 为基于 DNF 协议的一般 PNC 系统模型，其中，节点 A、B 在中继节点 R 的帮助下进行信息的交互。在时隙 1，节点 A 和 B 分别向 R 发送 s_A 和 s_B (设 s_A 和 s_B 具有单位功率)，则 R 接收到的信号为

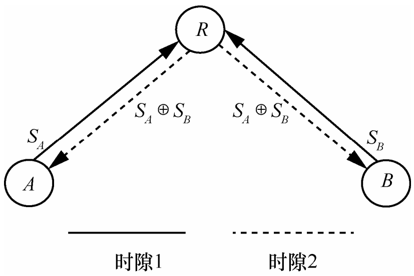


图 1 一般系统模型

$$y_R = \sqrt{E_A} h_{AR} s_A + \sqrt{E_B} h_{BR} s_B + w_R \tag{1}$$

其中，E_A、E_B 分别为 A 和 B 的发射功率；w_R 为 R 接收到的方差为 σ_R^2 的加性高斯白噪声；$h_{AR} = \frac{g_{AR}}{\sqrt{d_{AR}^{\chi}}}$ ($h_{BR} = \frac{g_{BR}}{\sqrt{d_{BR}^{\chi}}}$)为 $A(B)$到 R 的路径增益，$\frac{1}{\sqrt{d_{AR}^{\chi}}}$ ($\frac{1}{\sqrt{d_{BR}^{\chi}}}$) 是 $A(B)$到 R 的大尺度衰落因子，d_{AR} (d_{BR})为 $A(B)$到 R 的距离，χ 是对应的路径衰落指数，g_{AR} (g_{BR}) 是 $A(B)$到 R 的瑞利衰落因子。R 对 A、B 发来的和信号 y_R 直接进行解噪处理，映射为网络编码运算信号 $s_A \oplus s_B$ [4]，然后再生成发送信号 s_R。在时隙 2，中继节点 R 将 s_R 广播给 A 和 B(设发射功率为 E_R)。在时隙 2 末，A 和 B 接收的信号为

$$\begin{cases} y_A = \sqrt{E_R} h_{RA} s_R + w_A \\ y_B = \sqrt{E_R} h_{RB} s_R + w_B \end{cases} \tag{2}$$

其中，w_A、w_B 分别为 A、B 接收到的方差分别为 σ_A^2 和 σ_B^2 的加性高斯白噪声，h_{RA} (h_{RB})为 R 到 $A(B)$的路径增益。本文假设信道具有互易性，即 $h_{AR} = h_{RA}$，$h_{BR} = h_{RB}$。除此之外，本文还做了如下假设：1) 系统工作在时分单工模式；2) 系统中各节点可以得到准确的信道信息；3) A 和 B 的信息发送速率相同；4) 系统中节点的发射功率恒定为 E；5) 每个节点处的高斯白噪声具有相同的方差 σ^2。

下面讨论基于 DNF 协议的一般 PNC 系统的和容量，即节点 A 和 B 能够达到的最大速率和。根据式(1)和式(2)，本文定义 R、A 和 B 的接收信噪比分

别为 SNR_R、SNR_A 和 SNR_B，具体由式(3)给出。

$$\begin{cases} SNR_R = \dfrac{E_A|h_{AR}|^2 + E_B|h_{BR}|^2}{\sigma_R^2} = \dfrac{E_A|h_{AR}|^2 + E_B|h_{BR}|^2}{\sigma^2} \\ SNR_A = \dfrac{E_R|h_{AR}|^2}{\sigma_A^2} = \dfrac{E_R|h_{AR}|^2}{\sigma^2} \\ SNR_B = \dfrac{E_R|h_{BR}|^2}{\sigma_B^2} = \dfrac{E_R|h_{BR}|^2}{\sigma^2} \end{cases} \tag{3}$$

令 $Ca(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{lb}(1+x)$，则采用 DNF 协议的一般 PNC 系统和容量 R_{DNF} 为[4]

$$R_{\mathrm{DNF}} = \begin{cases} 2\min\left[Ca(SNR_A), Ca(SNR_B)\right], \\ Ca(SNR_R) > 2\min\left[Ca(SNR_A), Ca(SNR_B)\right] \\ Ca(SNR_R), \text{其他} \end{cases} \tag{4}$$

当各个节点发射功率相同，即 $E_A = E_B = E_R = E$ 时，本文令

$$\begin{cases} SNR_A = \dfrac{E|h_{AR}|^2}{\sigma^2} = \delta|h_{AR}|^2 = \alpha \\ SNR_B = \dfrac{E|h_{BR}|^2}{\sigma^2} = \delta|h_{BR}|^2 = \beta \\ SNR_R = \dfrac{E|h_{AR}|^2 + E|h_{BR}|^2}{\sigma^2} = \delta|h_{AR}|^2 + \delta|h_{BR}|^2 = \alpha + \beta \end{cases} \tag{5}$$

其中，$\delta = \dfrac{E}{\sigma^2}$ 为发送信号噪声功率比，α 和 β 均服从指数分布，其参数分别为 $\theta_1 = \dfrac{d_{AR}^{\alpha}}{\delta}$、$\theta_2 = \dfrac{d_{BR}^{\alpha}}{\delta}$，此时和容量由式(6)给出。

$$R_{\mathrm{DNF}} = \begin{cases} \min\left[\mathrm{lb}(1+\alpha), \mathrm{lb}(1+\beta)\right], \\ \alpha + \beta > \min\left[\alpha(\alpha+2), \beta(\beta+2)\right] \\ \dfrac{1}{2}\mathrm{lb}(1+\alpha+\beta), \text{其他} \end{cases} \tag{6}$$

这里的系统和容量量纲为 $\mathrm{bit}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{Hz})$，式(4)和式(6)的证明见附录 1。

3　自适应中继选择准则

图 2 是本文提出的自适应中继分集策略系统模型。与一般 PNC 系统不同的是，图 2 中 A、B 之间有 N 个待选中继 $R_i, i \in \{1,2,\cdots,N\}$。假设 A、B 到中继 R_i 的信道增益分别为 $h_{A_i} = \dfrac{g_{A_i}}{\sqrt{d_{A_i}^{\alpha}}}$、$h_{B_i} = \dfrac{g_{B_i}}{\sqrt{d_{B_i}^{\alpha}}}$，$i \in \{1,2,\cdots,N\}$，其中，$|g_{A_i}|^2$ 和 $|g_{A_i}|^2$ 均服从期望为 1 的指数分布。由于 N 个待选中继将与源节点 A、B 之间形成 N 对链路，因而本文给出式(6)的多中继节点形式，即

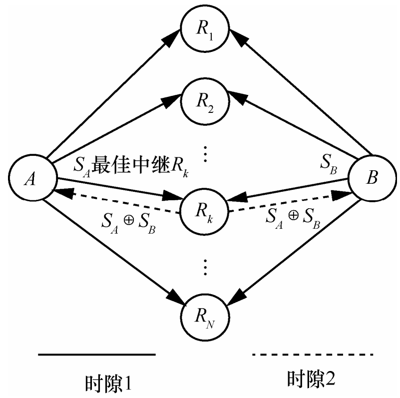


图 2　多中继节点系统模型

$$R_{\mathrm{DNF}}^i = \begin{cases} \min\left[\mathrm{lb}(1+\alpha_i), \mathrm{lb}(1+\beta_i)\right], \\ \alpha_i + \beta_i > \min\left[\alpha_i(\alpha_i+2), \beta_i(\beta_i+2)\right] \\ \dfrac{1}{2}\mathrm{lb}(1+\alpha_i+\beta_i), \text{其他} \end{cases} \tag{7}$$

其中，$i \in \{1,2,\cdots,N\}$，α_i 和 β_i 均服从指数分布，设其参数分别为 θ_1^i 和 θ_2^i，R_{DNF}^i 为系统借助中继 R_i 获得的和容量。显而易见，不同中继与源节点之间具有不同的信道增益，这样在不同中继的帮助下进行通信，源节点获得的系统和容量也不同。这里，将以系统和容量最大化为目标，选择合适的中继节点来帮助源节点进行通信，本文将其称之为最大和容量(MSR, maximum sum rate)准则。MSR 准则可由式(8)给出。

$$k = \arg\max\left(R_{\mathrm{DNF}}^i, i \in \{1,2,\cdots,N\}\right), k \in \{1,2,\cdots,N\} \tag{8}$$

重新考察式(7)发现，和容量 R_{DNF}^i 的表达式分为 2 种情况。为了简单起见，设在一给定时刻所有中继链路特性均属于同一情况。为此，定义为

$$\mathrm{Case}_1: \alpha_i + \beta_i > \min\left[\alpha_i(\alpha_i+2), \beta_i(\beta_i+2)\right], \forall i \in \{1,2,\cdots,N\}$$

$$\mathrm{Case}_2: \alpha_i + \beta_i \leqslant \min\left[\alpha_i(\alpha_i+2), \beta_i(\beta_i+2)\right], \forall i \in \{1,2,\cdots,N\}$$

这样，对于含有多个中继的系统，在给定一时刻不是 Case_1 发生，就是 Case_2 发生。因此，为了能够获得最大的系统和容量，需要动态地变换中继分集策略。为了进行判断中继需要获得它与源节点之间的信道信息、噪声方差，以及节点发射功率。中继与源节点之间的信道信息和噪声方差可以通过估计获得。本文假设每个节点的发射功率相同，因

此，中继之间都知道彼此的发射功率。根据式(7)，本文给出了 2 种情况下 MSR 准则的等价形式，提出一种基于 MSR 准则的自适应中继分集策略，即最佳中继选择策略，具体如下。

1) 当 Case_1 发生时，MSR 准则等价于最大最小路径增益(MMPG, maximum mini-path gain)准则。此时，本文将采用 MMPG 准则进行最佳中继的选择。MMPG 准则可由式(9)给出。

$$k=\arg\max\left\{\min\left(\left|h_{AR}^{i}\right|^{2},\left|h_{BR}^{i}\right|^{2}\right),i\in\{1,2,\cdots,N\}\right\} \quad (9)$$

2) 当 Case_2 发生时，MSR 准则等价于最大和路径增益(MSPG, maximum sum path gain)准则。此时，本文将采用 MSPG 准则进行最佳中继的选择。MSPG 准则可由式(10)给出。

$$k=\arg\max\left\{\left(\left|h_{AR}^{i}\right|^{2}+\left|h_{BR}^{i}\right|^{2}\right),i\in\{1,2,\cdots,N\}\right\} \quad (10)$$

4 性能分析

本节将以和中断概率为性能指标来讨论 MSR 准则下的中继选择分集策略性能。所谓和中断概率即和中断事件发生的概率，即系统获得的最大和容量小于用户要求和速率的概率。需要说明的是本文的中断和速率与中断和容量具有相同的含义。以下讨论中，本文用 P_{out} ($0\leqslant P_{\text{out}}\leqslant 1$)表示和中断概率，r 表示中断和容量，并令 $z=2^r-1$。

1) 自适应分集策略

这里，假设已经选出最佳中继节点，即此时中继固定为 R_k，下面将求发生和中断的概率 P_{out}。

①当 $\alpha_k+\beta_k>\min\left[\alpha_k(\alpha_k+2),\beta_k(\beta_k+2)\right]$ 时，即 Case_1 发生。

系统和中断概率可由式(11)表示为

$$\begin{aligned}P_{\text{out}}&=\Pr\left(R_{\text{DNF}}^{k}\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right)\\&=\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k),\text{lb}(1+\beta_k)\right]\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right\}\\&=\frac{\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k),\text{lb}(1+\beta_k)\right]\leqslant r,\text{Case}_1\right\}}{\Pr\left(\text{Case}_1\right)}\end{aligned} \quad (11)$$

通过求解式(11)可得系统和中断概率解析式，即

$$\begin{aligned}P_{\text{out}}&=\Pr\left(R_{\text{DNF}}^{k}\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right)\\&=\frac{\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k),\text{lb}(1+\beta_k)\right]\leqslant r,\text{Case}_1\right\}}{\Pr\left(\text{Case}_1\right)}\\&=\frac{\upsilon_1+\upsilon_2}{\eta_1+\eta_2}\end{aligned} \quad (12)$$

$$\Pr\left(\text{Case}_1\right)=\eta_1+\eta_2 \quad (13)$$

$$\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k),\text{lb}(1+\beta_k)\right]\leqslant r,\ \text{Case}_1\right\}=\upsilon_1+\upsilon_2 \quad (14)$$

式(12)和式(13)中的 η_1、η_2 由式(15)给出。

$$\begin{cases}\eta_1=1-2\theta_1^k\exp\left(\dfrac{\theta_1^k}{4}+\dfrac{\theta_2^k}{2}+\dfrac{(\theta_2^k)^2}{4\theta_1^k}\right)\cdot\\ \left\{\dfrac{\Gamma\left(1,\beta\omega_1(-\varepsilon_1)^2\right)}{2\omega_1}+\left(\dfrac{1}{2}+\varepsilon_1\right)\dfrac{\Gamma\left[\dfrac{1}{2},\omega_1\left(-\varepsilon_1\right)^2\right]}{2\omega_1^{\frac{1}{2}}}\right\}\\ \eta_2=1-2\theta_2^k\exp\left(\dfrac{\theta_1^k}{2}+\dfrac{(\theta_1^k)^2}{4\theta_2^k}+\dfrac{\theta_2^k}{4}\right)\cdot\\ \left\{\dfrac{\Gamma\left(1,\omega_2(-\varepsilon_2)^2\right)}{2\omega_2}+\left(\dfrac{1}{2}+\varepsilon_2\right)\dfrac{\Gamma\left[\dfrac{1}{2},\omega_2\left(-\varepsilon_2\right)^2\right]}{2\omega_2^{\frac{1}{2}}}\right\}\end{cases} \quad (15)$$

其中，$\varepsilon_1=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\theta_2^k}{2\theta_1^k}$，$\omega_1=\theta_1^k$，$\varepsilon_2=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\theta_1^k}{2\theta_2^k}$，$\omega_2=\theta_2^k$，$\Gamma(\alpha,x)$ 为不完全伽马函数。

令

$$\varphi(x,y)=\frac{\Gamma\left[1,y\left(-x\right)^2\right]-\Gamma\left[1,y\left(z-x\right)^2\right]}{2y}+\left(\frac{1}{2}+x\right)\frac{\Gamma\left[\dfrac{1}{2},y\left(-x\right)^2\right]-\Gamma\left[\dfrac{1}{2},y\left(z-x\right)^2\right]}{2y^{\frac{1}{2}}} \quad (16)$$

则式(12)和式(14)中的 υ_1、υ_2 可分别由式(17)和式(18)表示

$$\begin{aligned}\upsilon_1=&1-\exp\left[-\theta_1^k\left(z+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\theta_1^k}{4}\right]-\\&2\theta_1^k\exp\left[\frac{\theta_1^k}{4}+\frac{\theta_2^k}{2}+\frac{(\theta_2^k)^2}{4\lambda_1^k}\right]\varphi(\varepsilon_1,\omega_1)+\\&\left[1-\exp\left(-\theta_2^k z\right)\right]\exp\left[\frac{\theta_1^k}{4}-\theta_1^k\left(z+\frac{1}{2}\right)^2\right]\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\upsilon_2=&1-\exp\left[-\theta_2^k\left(z+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\theta_2^k}{4}\right]-\\&2\theta_2^k\exp\left[\frac{\theta_2^k}{4}+\frac{\theta_1^k}{2}+\frac{(\theta_1^k)^2}{4\theta_2^k}\right]\varphi(\varepsilon_2,\omega_2)+\\&\left[1-\exp\left(-\theta_1^k z\right)\right]\exp\left[\frac{\theta_2^k}{4}-\theta_2^k\left(z+\frac{1}{2}\right)^2\right]\end{aligned} \quad (18)$$

式(17)和式(18)中的 ε_1、ω_1、ε_2 和 ω_2 与式(15)

中的相同。式(13)~式(18)的证明见附录 2。

②当$\alpha_k+\beta_k \leqslant \min\left[\alpha_k(\alpha_k+2),\beta_k(\beta_k+2)\right]$时，即$\text{Case}_2$发生。

此时系统和中断概率可由式(19)表示。

$$\begin{aligned}P_{\text{out}}&=\Pr\left(R_{\text{DNF}}^k \leqslant r \middle| \text{Case}_2\right)\\&=\Pr\left[\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha_k+\beta_k)\leqslant r \middle| \text{Case}_2\right]\\&=\frac{\Pr\left[\alpha_k+\beta_k\leqslant z(z+2),\text{Case}_2\right]}{\Pr\left(\text{Case}_2\right)}\end{aligned} \tag{19}$$

由式(13)可得Case_2的概率为

$$\Pr\left(\text{Case}_2\right)=1-\Pr\left(\text{Case}_1\right)=1-\left(\eta_1+\eta_2\right) \tag{20}$$

其中，η_1和η_2由式(15)给出。下面给出系统和中断概率为

$$P_{\text{out}}=\Pr\left(R_{\text{DNF}}^k\leqslant r\middle|\text{Case}_2\right)=\begin{cases}\dfrac{\varpi_{11}+\varpi_{12}}{1-\left(\eta_1+\eta_2\right)},\theta_1^k=\theta_2^k\\ \dfrac{\varpi_{21}+\varpi_{22}}{1-\left(\eta_1+\eta_2\right)},\theta_1^k\neq\theta_2^k\end{cases} \tag{21}$$

其中，

$$\begin{aligned}\varpi_{11}=&2\theta_1^k\exp\left[\frac{\theta_1^k}{4}+\frac{\theta_2^k}{2}+\frac{\left(\theta_2^k\right)^2}{4\theta_1^k}\right]\varphi(\varepsilon_1,\omega_1)-\\&\theta_1^k\frac{z^2}{2}\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]-\\&\frac{\theta_1^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}\varpi_{12}=&2\theta_2^k\exp\left[\frac{\theta_2^k}{4}+\frac{\theta_1^k}{2}+\frac{\left(\theta_1^k\right)^2}{4\theta_2^k}\right]\varphi(\varepsilon_2,\omega_2)-\\&\theta_2^k\frac{z^2}{2}\exp\left[-\theta_1^k(z^2+2z)\right]-\\&\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\varpi_{21}=&2\theta_1^k\exp\left[\frac{\theta_1^k}{4}+\frac{\theta_2^k}{2}+\frac{\left(\theta_2^k\right)^2}{4\theta_1^k}\right]\varphi(\varepsilon_1,\omega_1)-\\&\frac{\theta_1^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}-\\&\frac{\theta_1^k}{\theta_2^k-\theta_1^k}\exp\left[-\theta_1^kz-\theta_1^k\frac{z^2}{2}-\theta_2^kz\right]\cdot\\&\left[\exp\left(-\theta_1^k\frac{z^2}{2}\right)-\exp\left(-\theta_2^k\frac{z^2}{2}\right)\right]\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}\varpi_{22}=&2\theta_2^k\exp\left[\frac{\theta_2^k}{4}+\frac{\theta_1^k}{2}+\frac{\left(\theta_1^k\right)^2}{4\theta_2^k}\right]\varphi(\varepsilon_2,\omega_2)-\\&\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}-\\&\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k-\theta_2^k}\exp\left[-\theta_2^kz-\theta_2^k\frac{z^2}{2}-\theta_1^kz\right]\cdot\\&\left[\exp\left(-\theta_2^k\frac{z^2}{2}\right)-\exp\left(-\theta_1^k\frac{z^2}{2}\right)\right]\end{aligned} \tag{25}$$

式(22)~式(25)中的ε_1、ω_1、ε_2和ω_2与式(15)中的相同。式(21)~式(25)的证明见附录 3。

如果系统中共有N个中继节点，并且应用第 3 节提出的准则进行最佳中继节点的选择，则系统和中断概率如下。

①当Case_1发生时

$$\begin{aligned}P_{\text{out}}&=\Pr\left(R_{\text{DNF}}\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right)\\&=\Pr\{\max\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_i),\text{lb}(1+\beta_i)\right],\\&\quad i\in\{1,2,\cdots N\}\}\leqslant r\middle|\text{Case}_1\}\\&=\Pr\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_1),\text{lb}(1+\beta_1)\right]\leqslant r\middle|\text{Case}_1\}\cdots\\&\quad\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_N),\text{lb}(1+\beta_N)\right]\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right\}\end{aligned} \tag{26}$$

若所有中继链路在相同方向具有相同的信道特性，即有

$$\begin{cases}\theta_1^1=\theta_1^2=\cdots=\theta_1^N=\theta_1\\ \theta_2^1=\theta_2^2=\cdots=\theta_2^N=\theta_2\end{cases} \tag{27}$$

则此时系统和中断概率可由式(28)给出。

$$P_{\text{out}}=\Pr\left(R_{\text{DNF}}\leqslant r\middle|\text{Case}_1\right)=\left(\frac{\upsilon_1+\upsilon_2}{\eta_1+\eta_2}\right)^N \tag{28}$$

其中，υ_1、υ_2、η_1和η_2分别由式(15)、式(17)和式(18)给出。

②当Case2 发生时

$$\begin{aligned}P_{\text{out}}&=\Pr\left(R_{\text{DNF}}\leqslant r\middle|\text{Case}_2\right)\\&=\Pr\left\{\max\left[\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha_i+\beta_i),i\in\{1,2,\cdots,N\}\right]\leqslant r\middle|\text{Case}_2\right\}\\&=\Pr\left(\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha_1+\beta_1)\leqslant r\middle|\text{Case}_2\right)\cdots\\&\quad\Pr\left(\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha_N+\beta_N)\middle|\text{Case}_2\right)\end{aligned} \tag{29}$$

假设所有中继节点在同一方向的信道特性相同，即式(27)成立，则和中断概率可由式(30)表示。

$$P_{\text{out}}=\Pr\left(R_{\text{DNF}}^{k}\leqslant r\middle|\text{Case}_2\right)=\begin{cases}\left[\dfrac{\varpi_{11}+\varpi_{12}}{1-(\eta_1+\eta_2)}\right]^N, \theta_1=\theta_2\\ \left[\dfrac{\varpi_{21}+\varpi_{22}}{1-(\eta_1+\eta_2)}\right]^N, \theta_1\neq\theta_2\end{cases} \tag{30}$$

其中，η_1、η_2、ϖ_{11}、ϖ_{12}、ϖ_{21}和ϖ_{22}分别由式(15)、式(22)~式(25)给出。

2) 直接传输

传统的直接传输，源节点接收信号为

$$y_m=h_{mn}\sqrt{E_m}s_n+w_m,\ m,n\in\{A,B\}\text{且}m\neq n \tag{31}$$

其中，$h_{mn}=\frac{g_{mn}}{\sqrt{d_{mn}^{\alpha}}}$为源节点$m$到$n$的信道增益。此时，源节点获得的互信息量为

$$I_m^{\text{DT}}=\frac{1}{2}\text{lb}\left(1+\frac{E_m|h_{mn}|^2}{\sigma^2}\right),\ m,n\in\{A,B\}\text{且}m\neq n \tag{32}$$

考虑$E_A=E_B=E$和$h_{AB}=h_{BA}$的情况，并令$u=\frac{E|h_{AB}|^2}{\sigma^2}$，则$u$服从参数$\theta=d_{mn}^{\alpha}\frac{\sigma^2}{E}=\frac{d_{mn}^{\alpha}}{\delta}$的指数分布。则系统和容量可由式(33)给出。

$$R_{\text{DT}}=I_A^{\text{DT}}+I_B^{\text{DT}}=\frac{1}{2}\text{lb}\left(1+\frac{E|h_{AB}|^2}{\sigma^2}\right)+\frac{1}{2}\text{lb}\left(1+\frac{E|h_{BA}|^2}{\sigma^2}\right)=\text{lb}(1+u) \tag{33}$$

此时系统和中断概率由式(34)给出。

$$P_{\text{out}}^{\text{DT}}=\Pr(R_{\text{DT}}\leqslant r)=\Pr\{\text{lb}(1+u)\leqslant r\}=1-\text{e}^{-\theta z} \tag{34}$$

3) 基于AF协议的PNC系统

在第一个时隙R接收信号为$y=\sqrt{E}h_{AR}s_A+\sqrt{E}h_{BR}s_B+w_R$，$R$对其进行功率控制后得

$$s_R=\frac{\sqrt{E}(\sqrt{E}h_{AR}s_A+\sqrt{E}h_{BR}s_B+w_R)}{\sqrt{E|h_{AR}|^2+E|h_{BR}|^2+\sigma^2}} \tag{35}$$

然后R将s_R广播给A、B，A和B接收到R发送过来的信号后，将属于自己的信息项滤除可得最终接收信号为

$$\begin{cases}y_A=\dfrac{Eh_{AR}h_{BR}s_B+\sqrt{E}h_{AR}w_R}{\sqrt{E|h_{AR}|^2+E|h_{BR}|^2+\sigma^2}}+w_A\\ y_B=\dfrac{Eh_{AR}h_{BR}s_A+\sqrt{E}h_{BR}w_R}{\sqrt{E|h_{AR}|^2+E|h_{BR}|^2+\sigma^2}}+w_B\end{cases} \tag{36}$$

此时可得A、B借助R进行信息交互的速率分别为

$$\begin{cases}I_A^{\text{AF}}=\dfrac{1}{2}\text{lb}\left[1+\dfrac{\delta^2|h_{AR}|^2|h_{BR}|^2}{2\delta|h_{AR}|^2+\rho|h_{BR}|^2+1}\right]\\ \quad=\dfrac{1}{2}\text{lb}\left[1+\dfrac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1}\right]\\ I_B^{\text{AF}}=\dfrac{1}{2}\text{lb}\left[1+\dfrac{\delta^2|h_{AR}|^2|h_{BR}|^2}{\delta|h_{AR}|^2+2\delta|h_{BR}|^2+1}\right]\\ \quad=\dfrac{1}{2}\text{lb}\left[1+\dfrac{\alpha\beta}{\alpha+2\beta+1}\right]\end{cases} \tag{37}$$

其中，$\alpha=\delta|h_{AR}|^2$，$\beta=\delta|h_{BR}|^2$分别服从参数为θ_1和θ_2的指数分布。此时，系统和容量、和中断概率可分别由式(38)和式(39)给出。

$$R_{\text{AF}}=I_A^{\text{AF}}+I_B^{\text{AF}} \tag{38}$$

$$P_{\text{out}}^{\text{AF}}=\Pr(R_{\text{AF}}\leqslant r)\approx1-\sqrt{4\theta_1\theta_2z(2z+1)}K_1\left(\sqrt{4\theta_1\theta_2z(2z+1)}\right)\cdot\left[\exp(-(\theta_1+2\theta_2)z)\frac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}+\exp(-(2\theta_1+\theta_2)z)\frac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}\right] \tag{39}$$

式(39)的证明见附录4。

5 数值实验与分析

本节将给出具体的数值仿真结果，来说明本文提出的基于MSR准则的选择分集策略和中断性能。

图3和图4分别给出了DNF协议Case_1、Case_2情况下与AF协议以及直接传输的和中断概率补曲线，即式(12)、式(21)、式(34)和式(39)的性能补曲线。图3和图4中横坐标为中断和容量r；纵坐标为$1-P_{\text{out}}$，也就是信道容量能够满足系统速率

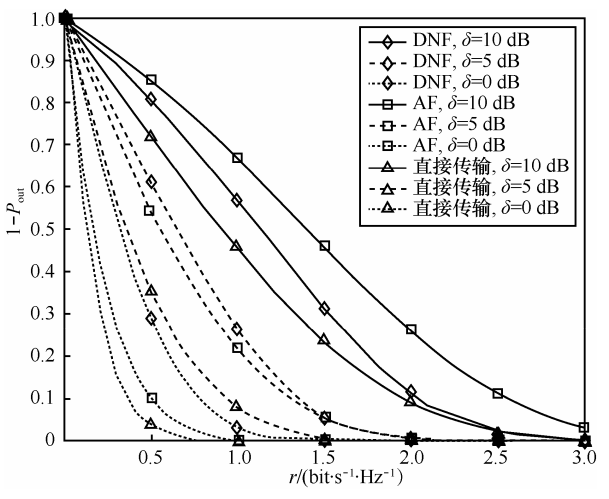


图3 $d_{AR}=d_{BR}=1, d_{AB}=2, \chi=3$时$\text{Case}_1$中断概率补曲线比较

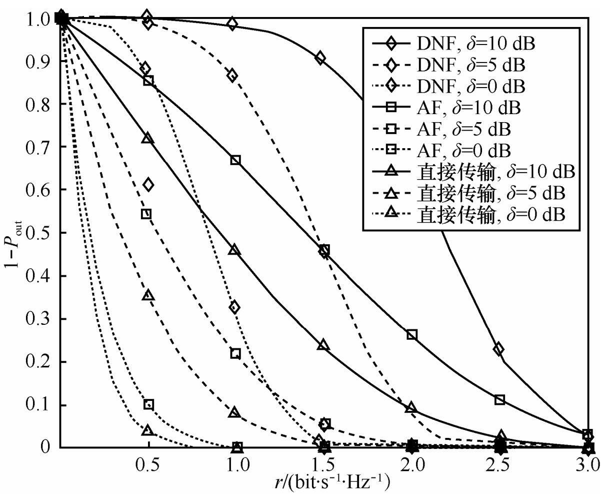


图 4　$d_{AR}=d_{BR}=1, d_{AB}=2, \chi=3$ 时 Case_2 中断概率补曲线比较

要求的概率。通过比较发现，在不同 δ 值下，Case_2 与 AF 协议和传统直接传输相比在和中断性能上有优势；但 Case_1 只在中、小发送信号噪声比 ($\delta=5$ dB, $\delta=0$ dB) 条件下有中断性能优势，在大发送信号噪声比($\delta=10$ dB)条件下中断性能要劣于 AF 协议。例如 $\delta=10$ dB，$P_{\mathrm{out}}=10\%$ 时，Case_1 和速率只有 0.3 bit/(s·Hz)，AF 可达 0.4 bit/(s·Hz)，而传统的直接传输也有 0.2 bit/(s·Hz)。

图 5 和图 6 分别给出了基于 MSR 准则的分集策略在 DNF 协议 Case_1 情况下的和中断概率补曲线。这里假设所有中继链路均具有对称特性，即 $d_{Ai}=d_{Bi}=1(i=1,2,\cdots,N)$ 和相同的路径衰落指数 $\alpha=3$。由图 5 和图 6 可以看出在不同 δ 值情况下，基于 MSR 准则的自适应分集与传统的 DNF 相比在和中断性能上有了显著提高。例如 Case_1 情况下，$\delta=0$ dB，$P_{\mathrm{out}}=10\%$ 时，有 2 个待选中继的 MSR 策略和速率约为 0.165 bit/(s·Hz)，传统的 DNF 只有 0.04 bit/(s·Hz)，因此，多一个中继选择可能的 MSR 在和中断性能上提高了约 6 dB；$\delta=10$ dB 时，有 2 个待选中继的 MSR 策略和速率约为 0.8 bit/(s·Hz)，此时已经超越了 AF 的 0.4 bit/(s·Hz)，解决了在大发送信号噪声比情况下传统 DNF 的和中断性能劣势。此外，通过观察图 5 和图 6 还发现，当 $N=5$、10 时，MSR 性能优势将更加明显，但随着 N 的增加，即可选中继数目增多，和中断概率减小的幅度随之下降。另一方面，由于可选中继数目的增多，算法实现复杂度也随之提高，因而需要综合考虑实现复杂度与和中断概率的折衷。

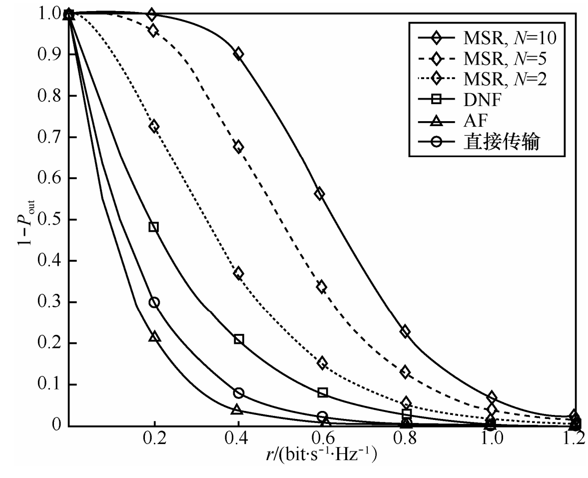


图 5　$\delta=0$ dB, $d_{Ai}=d_{Bi}=1, d_{AB}=2, \chi=3$ 时 Case_1 采取分集策略的中断概率补曲线

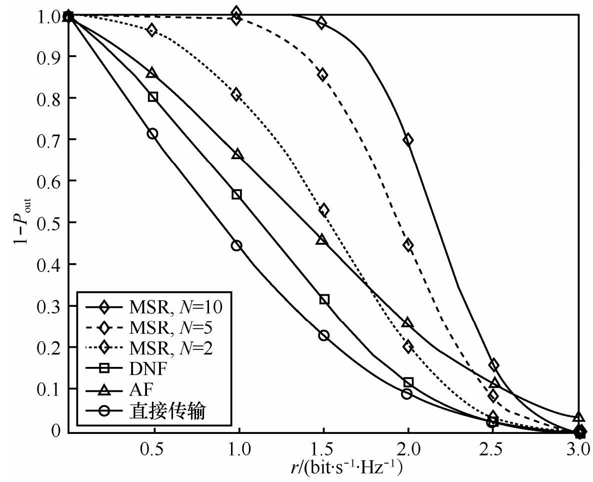


图 6　$\delta=10$ dB, $d_{Ai}=d_{Bi}=1, d_{AB}=2, \chi=3$ 时 Case_1 采取分集策略的中断概率补曲线

图 7 和图 8 分别给出了基于 MSR 准则的分集策略在 DNF 协议 Case_2 情况下的和中断概率补曲线。

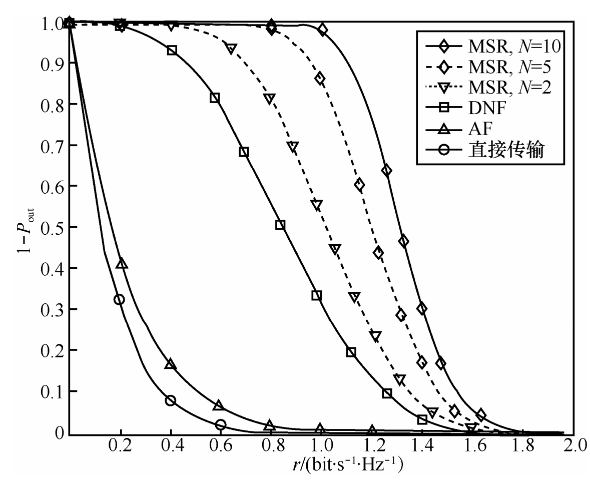


图 7　$\delta=0$ dB, $d_{AR}=d_{BR}=1, d_{AB}=2, \chi=3$ 时 Case_2 采取分集策略的中断概率补曲线

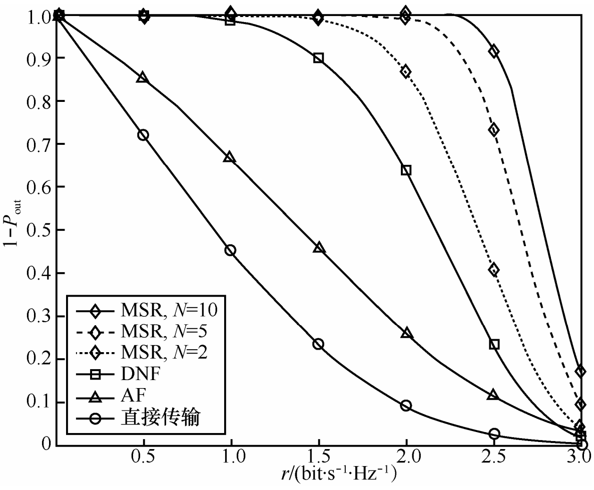


图 8　$\delta = 10\ \mathrm{dB}, d_{AR} = d_{BR} = 1, d_{AB} = 2, \chi = 3$ 时 Case_2 采取分集策略的中断概率补曲线

与图 5 和图 6 中的一样，这里的中继链路也假设具有对称性。通过观察图 7 和图 8 发现，Case_2 依然保持着和中断性能优势，并且随着待选中继数的增加，性能优势越加显著，但与 Case_1 中的相似，随着待选中继数 N 的增加，和中断性能增幅随之减小。

图 9 和图 10 给出了采用 max-min 准则的 AF 协议系统和基于 MSR 准则的 DNF 协议系统中断概率补曲线。通过比较发现，无论是在大信噪比还是小信噪比情况下，基于 MSR 准则的 DNF 协议系统中断性能均优于相同情况下的采用 max-min 准则的 AF 协议系统，说明所提分集策略的优越性。需要说明的是，MSR 准则在计算量上，与传统的 max-min 准则并没有大幅度的增加。首先，MSR 准则并不是迭代算法，不需要迭代运算。其次，与 max-min 准则一样，中继节点在获得信道信息后需要计算中继选择变量。MSR 准则存在 2 个可选中继

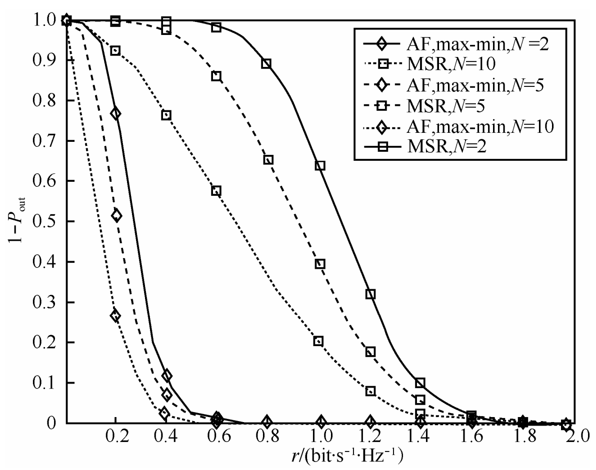


图 9　$\delta = 0\ \mathrm{dB}, d_{AR} = d_{BR} = 1, d_{AB} = 2, \chi = 3$ 时中断性能比较

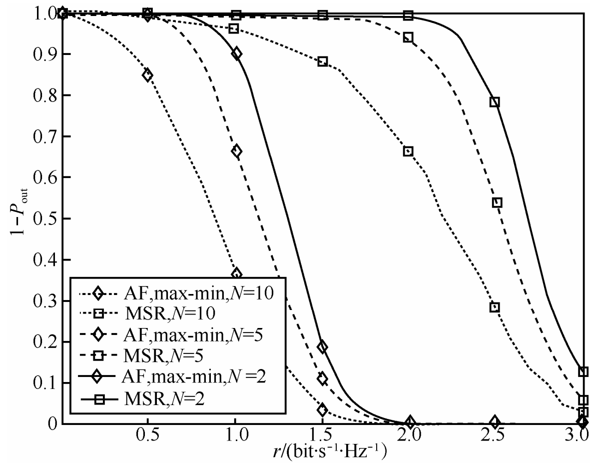


图 10　$\delta = 10\ \mathrm{dB}, d_{AR} = d_{BR} = 1, d_{AB} = 2, \chi = 3$ 时中断性能比较

选择变量，到底选择哪一个参与中继选择，需要事先判断，即判断是 Case_1 还是 Case_2 发生。本文在式(8)的下方对 Case_1 和 Case_2 进行了定义，很明显，只要进行简单的算术运算即可判断是 Case_1 发生还是 Case_2 发生。

6　结束语

本文针对基于DNF协议的物理层网络编码系统，研究其和容量问题。首先，通过理论推导给出基于DNF 协议的系统和容量表达式，并给出了系统和容量最大化的 2 个条件表达式。在此基础上，提出了一种最大化系统和容量的自适应分集策略。该策略通过自适应的选择中继来获得选择分集增益，以提高系统性能。通过理论分析给出了在瑞利信道条件下，所有中继链路特性均属于同一情况的系统和中断概率解析式。计算机仿真结果表明，与传统的 DNF、AF 系统以及直接传输相比，所提策略能够显著提升系统的和中断性能，当可选中继数目增多时，系统和中断概率下降越加显著。另外，进一步研究在非对称条件下系统的性能以及探索将本文的策略推广到更加一般的情况将在后续工作中体现。

附录 1　式(4)和式(6)的证明

系统容量限可由不等式方程组(40)给出。

$$\begin{cases} R_A + R_B \leqslant Ca(SNR_R) \\ R_B \leqslant Ca(SNR_A) \\ R_A \leqslant Ca(SNR_B) \end{cases} \tag{40}$$

1　$Ca(SNR_A) > Ca(SNR_B)$，即 $SNR_A > SNR_B$

1)　当 $Ca(SNR_R) < Ca(SNR_B) \Rightarrow SNR_R < SNR_B$ 时，由图 11 可以看出 $\overline{L_A L_B}$ 直接与 R_A 和 R_B 轴相交，此时有

$R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$， $R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

2) $Ca(SNR_B)\leqslant Ca(SNR_R)<Ca(SNR_A)\Rightarrow SNR_B\leqslant SNR_R<SNR_A$

①当 $\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\leqslant Ca(SNR_B)<Ca(SNR_R)$ 时，由图 12 可以看出 $\overline{L_AL_B}$ 与 $R_A=R_B$ 有交点，则 $R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$，$R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

② 当 $Ca(SNR_B)<\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)$ 时，$\overline{L_AL_B}$ 与 $R_A=R_B$ 无交点，则 $R_{\text{DNF}}=2Ca(SNR_B)$， $R_A=R_B=Ca(SNR_B)$ 。

3) $Ca(SNR_R)\geqslant Ca(SNR_A)$ ，即 $SNR_R>SNR_A>SNR_B$

① 当 $Ca(SNR_B)\geqslant\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\Rightarrow Ca(SNR_A)\leqslant Ca(SNR_R)\leqslant 2Ca(SNR_B)$ 时，由图 13 可看出 $\overline{L_AL_B}$ 与 $R_A=R_B$ 相交，则有 $R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$ 、 $R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

②当 $2Ca(SNR_B)<Ca(SNR_R)$ 时， $\overline{L_AL_B}$ 与 $R_A=R_B$ 不相交，则有 $R_{\text{DNF}}=2Ca(SNR_B)$ 、 $R_A=R_B=Ca(SNR_B)$ 。

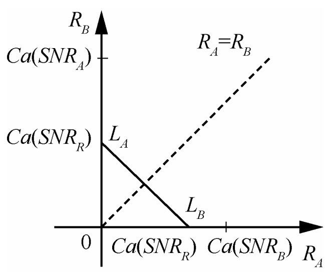


图 11　容量限 1

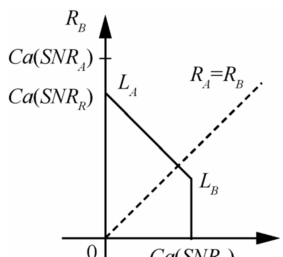


图 12　容量限 2

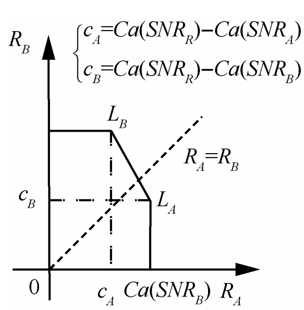


图 13　容量限 3

2　$Ca(SNR_A)\leqslant Ca(SNR_B)$ ，即 $SNR_A\leqslant SNR_B$

1) 当 $Ca(SNR_R)<Ca(SNR_A)$ 时， 有 $R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$ 、 $R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

2) $Ca(SNR_A)\leqslant Ca(SNR_R)<Ca(SNR_B)$

① 当 $\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\leqslant Ca(SNR_A)\leqslant Ca(SNR_R)$ 时， 有 $R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$ 、 $R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

② 当 $Ca(SNR_A)<\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\Rightarrow Ca(SNR_R)>2Ca(SNR_A)$ 时，有 $R_{\text{DNF}}=2Ca(SNR_A)$ 、 $R_A=R_B=Ca(SNR_A)$ 。

3) $Ca(SNR_R)\geqslant Ca(SNR_B)$ 时，即 $SNR_R>SNR_B>SNR_A$

① 当 $Ca(SNR_A)\geqslant\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\Rightarrow Ca(SNR_B)\leqslant Ca(SNR_R)\leqslant 2Ca(SNR_A)$ 时，有 $R_{\text{DNF}}=Ca(SNR_R)$ 、 $R_A=R_B=\dfrac{Ca(SNR_R)}{2}$ 。

② 当 $Ca(SNR_A)<\dfrac{1}{2}Ca(SNR_R)\Rightarrow Ca(SNR_R)>2Ca(SNR_A)$ 时，有 $R_{\text{DNF}}=2Ca(SNR_A)$ 、 $R_A=R_B=Ca(SNR_A)$ 。

综合 1、2 这 2 种情况可得

$$R_{\text{DNF}}=\begin{cases}2\min\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right], \\ \{2\min\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right]< \\ Ca(SNR_R)<\max\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right]\}\cup \\ \{Ca(SNR_R)>2\min\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right]\cap \\ Ca(SNR_R)\geqslant\max\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right]\} \\ Ca(SNR_R),\text{其他}\end{cases}\tag{41}$$

式(4)得证。

当各个节点发射功率相同，即 $E_A=E_B=E_R=E$ 时，即有式(42)成立。

$$\begin{aligned}Ca(SNR_A)&=\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha)\\ Ca(SNR_B)&=\frac{1}{2}\text{lb}(1+\beta)\\ Ca(SNR_R)&=\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha+\beta)\end{aligned}\tag{42}$$

$$\begin{aligned}&\text{因为}Ca(SNR_R)>2\min\left[Ca(SNR_A),Ca(SNR_B)\right]\\ &\Rightarrow\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha+\beta)>2\min\left[\frac{1}{2}\text{lb}(1+\alpha),\frac{1}{2}\text{lb}(1+\beta)\right]\\ &\Rightarrow\sqrt{1+\alpha+\beta}>\min(1+\alpha,1+\beta)\\ &\Rightarrow 1+\alpha+\beta>\min\left[(1+\alpha)^2,(1+\beta)^2\right]\\ &\Rightarrow\alpha+\beta>\min\left[\alpha(\alpha+2),\beta(\beta+2)\right]\end{aligned}\tag{43}$$

将式(43)中的结果和式(42)代入式(41)可得式(6)。

附录 2　式(13)~式(18)的证明

1　先求 Case_1 的概率，即式(13)，下面分 2 种情况。

1) $\alpha_k > \beta_k$

$$\text{Case}_1\text{: } \alpha_k + \beta_k > \min\left[\alpha_k(\alpha_k + 2), \beta_k(\beta_k + 2)\right] \Rightarrow \alpha_k + \frac{1}{4} > \left(\beta_k + \frac{1}{2}\right)^2 \tag{44}$$

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\text{Case}_1, \alpha_k > \beta_k\right)\\&= \int_0^{+\infty} \theta_1^k \exp\left(-\theta_1^k x_k\right) \mathrm{d}x_k \int_0^{\sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}} \theta_2^k \exp\left(-\theta_2^k y_k\right) \mathrm{d}y_k\\&= 1 - \theta_1^k \exp\left(\frac{\theta_2^k}{2}\right) \int_0^{+\infty} \exp\left(-\theta_1^k x_k - \theta_2^k \sqrt{x_k + \frac{1}{4}}\right) \mathrm{d}x_k\end{aligned} \tag{45}$$

令 $\sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} = x \Rightarrow x_k = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$，则式(45)可表示为

$$\begin{aligned}\eta_1 &= 1 - 2\theta_1^k \exp\left(\frac{\theta_1^k}{4} + \frac{\theta_2^k}{2} + \frac{(\theta_2^k)^2}{4\theta_1^k}\right) \cdot\\&\int_0^{+\infty} \left(x + \frac{1}{2}\right) \exp\left[-\theta_1^k \left(x + \frac{1}{2} + \frac{\theta_2^k}{2\theta_1^k}\right)^2\right] \mathrm{d}x\end{aligned} \tag{46}$$

令 $\varepsilon_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\theta_2^k}{2\theta_1^k}$、$\omega_1 = \theta_1^k$，对式(46)采用文献[15]中可得式(17)中的 η_1。

2) $\alpha_k \leqslant \beta_k$

$$\text{Case}_1\text{: } \alpha_k + \beta_k > \min\left[\alpha_k(\alpha_k + 2), \beta_k(\beta_k + 2)\right] \Rightarrow \beta_k + \frac{1}{4} > \left(\alpha_k + \frac{1}{2}\right)^2 \tag{47}$$

$$\begin{aligned}\eta_2 &= \Pr\left(\text{Case}_1, \alpha_k \leqslant \beta_k\right)\\&= \int_0^{+\infty} \theta_2^k \exp\left(-\theta_2^k y_k\right) \mathrm{d}y_k \int_0^{\sqrt{y_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}} \theta_1^k \exp\left(-\theta_1^k x_k\right) \mathrm{d}x_k\end{aligned} \tag{48}$$

令 $\varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\theta_1^k}{2\theta_2^k}$、$\omega_2 = \theta_2^k$，同上可得式(15)中的 η_2。

所以 $\Pr\left(\text{Case}_1\right) = \eta_1 + \eta_2$，式(13)得证。

2 求 $\Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k), \text{lb}(1+\beta_k)\right] \leqslant r, \text{Case}_1\right\}$，即式(14)。这里也分为 2 种情况。

1) $\alpha_k > \beta_k$ 时，有式(44)成立。

$$\begin{aligned}\upsilon_1 &= \Pr\left\{\min\left[\text{lb}(1+\alpha_k), \text{lb}(1+\beta_k)\right] \leqslant r,\ \text{Case}_1, \alpha_k > \beta_k\right\}\\&= \Pr\left\{\beta_k \leqslant 2^r - 1, \alpha_k + \frac{1}{4} > \left(\beta_k + \frac{1}{2}\right)^2\right\}\\&= \Pr\left\{\beta_k \leqslant z, \beta_k < \sqrt{\alpha_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\right\}\end{aligned} \tag{49}$$

① $z \geqslant \sqrt{\alpha_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_k \leqslant \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\upsilon_{11} &= \int_0^{\left(z+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}} \theta_1^k \mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k} \mathrm{d}x_k \int_0^{\sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}} \theta_2^k \mathrm{e}^{-\theta_2^k y_k} \mathrm{d}y_k\\&= \int_0^{\left(z+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}} \theta_1^k \mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k} \left(1 - \mathrm{e}^{\frac{\theta_2^k}{2}} \mathrm{e}^{-\theta_2^k \sqrt{x_k + \frac{1}{4}}}\right) \mathrm{d}x_k\\&= 1 - \exp\left[-\theta_1^k \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\theta_1^k}{4}\right] - \theta_1^k \mathrm{e}^{\frac{\theta_2^k}{2}} \cdot\\&\int_0^{\left(z+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}} \exp\left(-\theta_1^k x_k - \theta_2^k \sqrt{x_k + \frac{1}{4}}\right) \mathrm{d}x_k\end{aligned} \tag{50}$$

令 $\sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} = x \Rightarrow x_k = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$，则式(50)可表示为

$$\begin{aligned}\upsilon_{11} &= 1 - \exp\left[-\theta_1^k \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\theta_1^k}{4}\right] -\\&2\theta_1^k \exp\left[\frac{\theta_1^k}{4} + \frac{\theta_2^k}{2} + \frac{(\theta_2^k)^2}{4\theta_1^k}\right] \cdot\\&\int_0^z \left(x + \frac{1}{2}\right) \exp\left[-\theta_1^k \left(x + \frac{\theta_2^k}{2\theta_1^k} + \frac{1}{2}\right)^2\right] \mathrm{d}x\end{aligned} \tag{51}$$

由文献[15]式(51)可得

$$\begin{aligned}\upsilon_{11} &= 1 - \exp\left[-\theta_1^k \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\theta_1^k}{4}\right] -\\&2\theta_1^k \exp\left[\frac{\theta_1^k}{4} + \frac{\theta_2^k}{2} + \frac{(\theta_2^k)^2}{4\theta_1^k}\right] \varphi(\varepsilon_1, \omega_1)\end{aligned} \tag{52}$$

② $z < \sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \Rightarrow x_k > \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\upsilon_{12} &= \Pr\left\{\beta_k \leqslant z, z < \sqrt{x_k + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\right\}\\&= \int_{\left(z+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}^{+\infty} \theta_1^k \mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k} \mathrm{d}x_k \int_0^z \theta_2^k \mathrm{e}^{-\theta_2^k y_k} \mathrm{d}y_k\\&= \int_{\left(z+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}^{+\infty} \theta_1^k \mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k} \left(1 - \mathrm{e}^{-\theta_2^k z}\right) \mathrm{d}x_k\\&= \left[1 - \exp\left(-\theta_2^k z\right)\right] \exp\left[\frac{\theta_1^k}{4} - \theta_1^k \left(z + \frac{1}{2}\right)^2\right]\end{aligned} \tag{53}$$

综合①、②2 种情况可得 $\upsilon_1 = \upsilon_{11} + \upsilon_{12}$，式(17)得证。

2) $\alpha_k \leqslant \beta_k$

同理可得式(18)。

综合 1)、2)可得，$\Pr\{\min[\text{lb}(1+\alpha_k),\ \text{lb}(1+\beta_k)] \leqslant r, \text{Case}_1\} = \upsilon_1 + \upsilon_2$，即式(14)。

附录 3 式(21)~式(25)的证明

下面分 2 种情况求 $\Pr\left\{\alpha_k + \beta_k \leqslant z(z+2), \text{Case}_2\right\}$。

1 $\alpha_k > \beta_k$

$$\begin{aligned}&\text{Case}_2\text{: } \alpha_k + \beta_k \leqslant \min\left[\alpha_k(\alpha_k + 2), \beta_k(\beta_k + 2)\right]\\&\Rightarrow \alpha_k + \frac{1}{4} \leqslant \left(\beta_k + \frac{1}{2}\right)^2\end{aligned} \tag{54}$$

$$
\begin{aligned}
&\Pr\{\alpha_k+\beta_k\leqslant z(z+2),\mathrm{Case}_2\}\\
&=\Pr\left\{\alpha_k+\beta_k\leqslant z(z+2),\alpha_k+\frac{1}{4}\leqslant\left(\beta_k+\frac{1}{2}\right)^2\right\}\\
&=\int_0^{\frac{z^2+2z}{2}}\theta_1^k\mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k}\mathrm{d}x_k\int_{\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}}^{x_k}\theta_2^k\mathrm{e}^{-\theta_2^k y_k}\mathrm{d}y_k+\\
&\quad\int_{\frac{z^2+2z}{2}}^{z^2+z}\theta_1^k\mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k}\mathrm{d}x_k\int_{\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}}^{z^2+2z-x_k}\theta_2^k\mathrm{e}^{-\theta_2^k y_k}\mathrm{d}y_k\\
&=\int_0^{\frac{z^2+2z}{2}}\theta_1^k\mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k}\left(\mathrm{e}^{\frac{\theta_2^k}{2}}\mathrm{e}^{-\theta_2^k\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}}-\mathrm{e}^{-\theta_2^k x_k}\right)\mathrm{d}x_k+\\
&\quad\int_{\frac{z^2}{2}+z}^{z^2+z}\theta_1^k\mathrm{e}^{-\theta_1^k x_k}\left(\mathrm{e}^{\frac{\theta_2^k}{2}}\mathrm{e}^{-\theta_2^k\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}}-\mathrm{e}^{-\theta_2^k\left(z^2+2z\right)}\mathrm{e}^{\theta_2^k x_k}\right)\mathrm{d}x_k\\
&=\theta_1^k\exp\left(\frac{\theta_2^k}{2}\right)\int_0^{z^2+z}\exp\left(-\theta_1^k x_k-\theta_2^k\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}\right)\mathrm{d}x_k-\\
&\quad\frac{\theta_1^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}-\\
&\quad\theta_1^k\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]\int_{\frac{z^2+2z}{2}}^{z^2+z}\exp\left[\left(\theta_2^k-\theta_1^k\right)x_k\right]\mathrm{d}x_k
\end{aligned}\tag{55}
$$

令 $\sqrt{x_k+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}=x\Rightarrow x_k=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$，并由文献[15]式(55)可写为式(56)。

$$
\begin{aligned}
&\Pr\{\alpha_k+y_k\leqslant z(z+2),\mathrm{Case}_2\}\\
&=2\theta_1^k\exp\left(\frac{\theta_1^k}{4}+\frac{\theta_2^k}{2}+\frac{\left(\theta_2^k\right)^2}{4\theta_1^k}\right)\varphi\left(\varepsilon_1,\omega_1\right)-\\
&\quad\frac{\theta_1^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}-\\
&\quad\theta_1^k\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]\int_{\frac{z^2+2z}{2}}^{z^2+z}\exp\left[\left(\theta_2^k-\theta_1^k\right)x_k\right]\mathrm{d}x_k
\end{aligned}\tag{56}
$$

通过变换，式(55)中第一个积分式与式(51)中的最后一个积分式相同，所以可以直接给出式(56)的结果。需要说明的是，为了求解式(56)中的最后一个积分式，需要考虑以下2种情况。

1) 若 $\theta_1^k=\theta_2^k$

$$
\begin{aligned}
&\theta_1^k\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]\int_{\frac{z^2+2z}{2}}^{z^2+z}\exp\left[\left(\theta_2^k-\theta_1^k\right)x_k\right]\mathrm{d}x_k\\
&=\theta_1^k\frac{z^2}{2}\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]
\end{aligned}\tag{57}
$$

2) 若 $\theta_1^k\neq\theta_2^k$

$$
\begin{aligned}
&\theta_1^k\exp\left[-\theta_2^k(z^2+2z)\right]\int_{\frac{z^2+2z}{2}}^{z^2+z}\exp\left[\left(\theta_2^k-\theta_1^k\right)x_k\right]\mathrm{d}x_k\\
&=\frac{\theta_1^k}{\theta_2^k-\theta_1^k}\exp\left[-\theta_1^k z-\theta_1^k\frac{z^2}{2}-\theta_2^k z\right]\cdot\\
&\quad\left[\exp\left(-\theta_1^k\frac{z^2}{2}\right)-\exp\left(-\theta_2^k\frac{z^2}{2}\right)\right]
\end{aligned}\tag{58}
$$

将式(57)、式(58)中的结果分别代入式(56)可得式(22)和式(24)中的 q_{11} 和 q_{21}。

2　$\alpha_k\leqslant\beta_k$

1) 若 $\theta_1^k=\theta_2^k$

$$
\begin{aligned}
&\Pr\{\alpha_k+\beta_k\leqslant z(z+2),\mathrm{Case}_2\}\\
&=2\theta_2^k\exp\left(\frac{\theta_2^k}{4}+\frac{\theta_1^k}{2}+\frac{\left(\theta_1^k\right)^2}{4\theta_2^k}\right)\varphi\left(\varepsilon_2,\omega_2\right)-\\
&\quad\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}-\\
&\quad\theta_2^k\frac{z^2}{2}\exp\left[-\theta_1^k(z^2+2z)\right]
\end{aligned}\tag{59}
$$

2) 若 $\theta_1^k\neq\theta_2^k$

$$
\begin{aligned}
&\Pr\{\alpha_k+\beta_k\leqslant z(z+2),\mathrm{Case}_2\}=2\theta_2^k\exp\left(\frac{\theta_2^k}{4}+\frac{\theta_1^k}{2}+\frac{\left(\theta_1^k\right)^2}{4\theta_2^k}\right)\varphi\left(\varepsilon_2,\omega_2\right)\\
&-\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k+\theta_2^k}\left\{1-\exp\left[-\frac{(\theta_1^k+\theta_2^k)(z^2+2z)}{2}\right]\right\}\\
&-\frac{\theta_2^k}{\theta_1^k-\theta_2^k}\exp\left[-\theta_2^k z-\theta_2^k\frac{z^2}{2}-\theta_1^k z\right]\left[\exp\left(-\theta_2^k\frac{z^2}{2}\right)-\exp\left(-\theta_1^k\frac{z^2}{2}\right)\right]
\end{aligned}\tag{60}
$$

式(59)、式(60)即为式(23)和式(25)中的 q_{12} 和 q_{22}。综合以上结果可得式(21)。

附录 4　式(39)的证明

由文献[11]可知 I_A^{AF} 和 I_B^{AF} 具有相同增减方向，并且两者取值近似相等。这里给出和中断概率的近似表达式。

因为$I_A^{\mathrm{AF}}\approx I_B^{\mathrm{AF}}$，考虑 $R_{\mathrm{AF}}\approx 2\min\left(I_A^{\mathrm{AF}}+I_B^{\mathrm{AF}}\right)$。此时和中断概率可近似表示为

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{out}}^{\mathrm{AF}}&=\Pr\left(R_{\mathrm{AF}}\leqslant r\right)\approx\Pr\left[2\min\left(I_A,I_B\right)\leqslant r\right]\\
&=\Pr\left[\min\left(I_A,I_B\right)\leqslant\frac{r}{2}\right]=1-\Pr\left[\min\left(I_A,I_B\right)>\frac{r}{2}\right]\\
&=1-\Pr\left(I_A>\frac{r}{2},I_A>\frac{r}{2}\right)\\
&=1-\Pr\left\{\frac{1}{2}\mathrm{lb}\left[1+\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1}\right]>\frac{r}{2},\frac{1}{2}\mathrm{lb}\left[1+\frac{\alpha\beta}{\alpha+2\beta+1}\right]>\frac{r}{2}\right\}\\
&=1-\left\{\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1}>z\right)\Pr(\alpha>\beta)+\right.\\
&\quad\left.\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{\alpha+2\beta+1}>z\right)\Pr(\beta>\alpha)\right\}
\end{aligned}\tag{61}
$$

下面求 $\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1}>z\right)$。

因为

$$
\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1}>z\right)=\Pr\left[\left(\alpha-z\right)\beta>\left(2\alpha+1\right)z\right]\tag{62}
$$

①当 $\alpha - z \leqslant 0$，即 $\alpha \leqslant z$ 时，$(\alpha - z)\beta \leqslant 0$，而 $(2\alpha+1)z \geqslant 0$，所以 $(\alpha - z)\beta$ 不可能大于 $(2\alpha+1)z$。

②当 $\alpha - z > 0$，即 $\alpha > z$ 时，式(62)等价于式(63)。

$$\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \Pr\left[\beta > \frac{(2\alpha+1)z}{\alpha - z}\right] \tag{63}$$

由于 α 和 β 分别服从参数为 θ_1 和 θ_2 的指数分布，因此有

$$\begin{aligned}\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) &= \int_z^{+\infty} \theta_1 \exp(-\theta_1 x)\mathrm{d}x \int_{\frac{(2x+1)z}{x-z}}^{+\infty} \theta_2 \exp(-\theta_2 y)\mathrm{d}y \\ &= \int_z^{+\infty} \theta_1 \exp(-\theta_1 x)\exp\left[-\theta_2 \frac{(2x+1)z}{x-z}\right]\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{64}$$

令 $t = x - z$，即 $x = t + z$，则式(64)可转化为式(65)。

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \theta_1 \exp[(-\theta_1 - 2\theta_2)z] \cdot \\ &\int_0^{+\infty} \exp\left(-\theta_1 t - \frac{\theta_2(2z+1)z}{t}\right)\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{65}$$

令 $\gamma = \theta_1$、$\xi = 4\theta_2 z(2z+1)$，则式(65)可简化为式(66)。

$$\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \theta_1 \exp[(-\theta_1 - 2\theta_2)z] \int_z^{+\infty} \exp\left(-\gamma t - \frac{\xi}{4t}\right)\mathrm{d}t \tag{66}$$

由文献[15]可得

$$\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \theta_1 \exp[(-\theta_1 - 2\theta_2)z]\sqrt{\frac{\xi}{\gamma}} K_1\left(\sqrt{\xi\gamma}\right) \tag{67}$$

其中，$K_1(x)$ 为第二类修正贝塞尔函数。

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \exp[(-\theta_1 - 2\theta_2)z] \cdot \\ &\sqrt{4\theta_1\theta_2 z(2z+1)} K_1\left(\sqrt{4\theta_1\theta_2 z(2z+1)}\right)\end{aligned} \tag{68}$$

同理可得

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\frac{\alpha\beta}{2\alpha+\beta+1} > z\right) = \exp[(-\theta_1 - 2\theta_2)z] \cdot \\ &\sqrt{4\theta_1\theta_2 z(2z+1)} K_1\left(\sqrt{4\theta_1\theta_2 z(2z+1)}\right)\end{aligned} \tag{69}$$

又因为 $\Pr(\alpha > \beta) = \dfrac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2}$，$\Pr(\beta > \alpha) = \dfrac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2}$，将其连同式(68)、式(69)代入式(61)可得式(39)。

参考文献：

[1] AHLSWEDE R, ROBERT S R, YEUNG R W. Network information flow[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46 (4): 1204-1216.

[2] ZHANG S, LIEW S C, LAM P P. Hot topic: physical layer network coding[C]//The 12th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking. 2006: 358-365.

[3] 吉晓东, 郑宝玉, 邹丽. 基于网络编码的双向中继中断性能分析[J]. 南京邮电大学学报 (自然科学版), 2011, 31(2): 52-57.
JI X D, ZHENG B Y, ZOU L. Outage analysis of two-way relaying with network coding[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science) , 2011, 31(2): 52-57.

[4] ZHAO Z, PENG M, DING Z. Denoise-and-forward network coding for two-way relay MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(2): 775-788.

[5] ZHANG H, ZHENG L, CAI L. HePNC: design of physical layer network coding with heterogeneous modulations[C]// The IEEE Global Communications Conference. 2014: 2684-2689.

[6] 周清峰, 丁志中, 开彩红. 面向传感器网络的双向中继协议[J]. 通信学报, 2014, 35(3): 30-37.
ZHOU Q F, DING Z Z, KAI C H. Two-way relaying protocol tailored for sensor network[J]. Journal on Communications, 2014, 35(3): 30-37.

[7] SØRENSEN J H, KRIGSLUND, POPOVSKI P. Physical network coding for FSK systems[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(8): 597-599.

[8] JI X, ZHENG B, CAI Y. On the study of half-duplex asymmetric two-way relay transmission using an amplify-and-forward relay[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(4): 1649-1664.

[9] DING Z, RATNARAJAH T, LEUNG K K. On the study of network coded AF transmission protocol for wireless multiple access channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8 (1): 118-123.

[10] 冀保峰, 宋康, 王毅, 等. 联合网络编码和中继选择的协作传输方案及其性能分析[J]. 通信学报, 2015, 36(3): 2015057.
JI B F, SONG K, WANG Y, et al. Cooperative transmission scheme of relay selection combined with network coding and its performance analysis[J]. Journal on Communications, 2015, 36(3): 2015057.

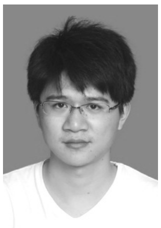
[11] 芮国胜, 王林, 张洋, 等. 分布式双向中继选择算法及用户功率分配[J]. 通信学报, 2014, 35(5): 1-7.
RUI G, WANG L, ZHANG Y, et al. Distributed two-way relay selection scheme and users power allocation[J]. Journal on Communications, 2014, 35(5): 1-7.

[12] SILVA S, AMARASURIYA G, TELLAMBURA C, et al. Relay selection strategies for MIMO two-way relay networks with spatial multiplexing[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(12): 4694-4710.

[13] JI X, ZHU W, MASSICOTTE D. Transmit power minimization for two-way amplify-and-forward relaying with asymmetric traffic requirements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(12): 9687-9702.

[14] ZHANG X, ZHANG Z, XING J, et al. Exact outage analysis in cognitive two-way relay networks with opportunistic relay selection under primary user's interference[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(6): 2502-2511.
[15] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals[M]. Seventh Edition, San Diego: Elsevier, 2007: 336-337.

作者简介：



高锐锋（1987-），男，江苏南通人，南通大学博士生、讲师，主要研究方向为协作中继、认知无线电以及物理层安全技术。

吉晓东（1979-），男，江苏南通人，博士，南通大学副教授，主要研究方向为协作中继、物理层安全以及认知无线电技术。

包志华（1955-），男，江苏南通人，南通大学教授，主要研究方向为现代通信理论与技术、通信专用集成电路设计等。

张士兵（1962-），男，江苏南通人，博士，南通大学教授，主要研究方向为认知无线电技术、宽带数字通信与通信信号处理。

徐晨（1960-），男，江苏南通人，南通大学教授，主要研究方向为宽带数字通信、通信信号处理。